

文章编号:1004-8227(2011)01-0048-05

南水北调西线一期工程调水河流之间 实施补偿调度的可能性分析

张永^{1,2}, 丁志宏¹, 冯平¹

(1. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072; 2. 水利部水利水电规划设计总局, 北京 100011)

摘要:以道孚、绰斯甲、足木足水文站 1960~2000 年的同步天然年径流量系列为基础,应用 Copula 方法构造了南水北调西线一期工程调水河流之间的径流联合分布模型,具体分析了鲜水河、绰斯甲河、足木足河这 3 条调水河流之间实施补偿调度的概率。结果表明:鲜水河与足木足河之间实施补偿调度的可能性最大,绰斯甲河与足木足河之间实施补偿调度的可能性次之,鲜水河与绰斯甲河之间实施补偿调度的可能性最小,其概率分别为 43.74%、38.84%和 25.82%。

关键词:南水北调;西线一期工程;调水河流;补偿调度;频率;Copula
文献标识码:A

南水北调西线工程,是从长江上游干支流调水入黄河上游的跨流域调水重大工程^[1,2],是补充黄河水资源不足、解决我国西北地区干旱缺水问题的重大战略措施,也是为黄河流域和邻近的河西走廊、黑河、石羊河等地区生态环境改善提供水资源保证的重要途径,与黄河治理开发关系密切。一期工程规划沿达曲-贾曲线路,分别在鲜水河的支流达曲、泥曲,绰斯甲河的支流杜柯河,足木足河的支流玛柯河、阿柯河上建设阿安、仁达、上杜柯、亚尔堂和克柯 5 座引水枢纽,年调水量为 $40 \times 10^8 \text{ m}^3$ 。

天然状态下调水区域内各调水河流之间的丰枯遭遇频率是大型跨流域调水工程规划和实施的重要基础,对于调水枢纽之间的补偿调度方案以及调水控制运用计划的制定具有重要的指导意义和参考价值,其数学本质可以抽象为对具有线性或非线性相关关系的二维变量之间联合分布问题的求解。

现有的常用二维联合分布模型中,经验频率分布模型^[3]缺乏外延性;费永法方法^[4]转换后的系列所服从的分布未知;正态分布模型^[5]、对数正态分布模型^[6]、混合 Gumbel 模型^[7]和 Gumbel 逻辑模型^[8]等要求两个边缘分布的类型是相同的,实际中,两变量不一定满足这个要求,故常需对数据进行相关不

可逆变换^[9],在此过程中难免会产生信息失真,影响分析的准确性。更为重要的是,它们都是基于变量之间的线性相关性而建立的,通过线性相关系数来度量变量间的相关关系,但线性相关系数通常只适合于描述具有线性相关关系的随机变量,无法普遍地应用于非线性问题^[10],甚至得到错误的结论,而变量之间的非线性相关关系在水文水资源领域中比较普遍地存在着。

近年来兴起并在水文水资源领域得到逐步应用^[11~13]的 Copula 方法^[14]是基于变量之间的非线性相关关系而建立的,既可以描述变量之间的线性、对称的相关关系,也可以描述变量之间的非线性、非对称的相关关系。此外,Copula 方法还巧妙地将具有相关关系的变量之间的联合分布分解为变量的相关结构和变量的边缘分布这两个相互独立的部分来分别加以处理,其中,变量的相关结构用 Copula 函数来描述。

鉴于现有的常见二维联合分布模型的不足之处,本文在应用 Copula 方法构造西线一期工程各调水河流之间的径流联合分布模型的基础上,求取鲜水河、绰斯甲河、足木足河 3 者之间的丰枯遭遇频率并对基于此而得到的 3 者之间实施补偿调度的可能

收稿日期:2010-02-03;修回日期:2010-04-07

基金项目:国家自然科学基金(50879051)

作者简介:张永(1968~),男,河南省南阳人,博士研究生,主要从事水文学及水利工程的规划和设计问题研究。

E-mail:zhangyong@mwr.gov.cn

性进行具体分析,以期为南水北调西线一期工程的科学规划和高效运行提供决策基础。

1 Copula 函数方法的基本理论

一个二维 Copula 是一个函数 $C:[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$,其满足以下性质:

$$(1) \forall u, v \in [0, 1],$$

$$C(u, 0) = 0; C(v, 0) = 0 \quad (1)$$

$$C(u, 1) = u; C(1, v) = v \quad (2)$$

$$(2) \forall u_1, u_2, v_1, v_2 \in [0, 1], \text{且 } u_1 \leq u_2, v_1 \leq v_2,$$

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0 \quad (3)$$

$$\forall (u, v) \in [0, 1]^2,$$

$$\max(u + v - 1, 0) \leq C(u, v) \leq \min(u, v) \quad (4)$$

Copula 方法的理论基石是 Sklar 定理,以二维为例,具体表述为:设 X, Y 为连续的随机变量,其边

缘分布函数分别为 $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$,联合分布函数为 $F(x, y)$,若 $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$ 连续,则存在唯一的 Copula 函数 $C_\theta(u, v)$ 使得

$$F(x, y) = C_\theta(F_X(x), F_Y(y)), \forall x, y \quad (5)$$

式中: $C_\theta(u, v)$ 是 Copula 函数; θ 为待定参数。

目前水文领域相关研究中常用的是 4 种 Archimedean 型 Copula 函数,具体如表 1 所示,其中 τ 是可以描述变量之间非线性相关关系的 Kendall 相关系数,由下式计算:

$$\tau = \frac{1}{C_n^2} \sum_{i < j} \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (6)$$

式中:

$$\text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] = \begin{cases} 1 & (x_i - x_j)(y_i - y_j) > 0 \\ 0 & (x_i - x_j)(y_i - y_j) = 0 \\ -1 & (x_i - x_j)(y_i - y_j) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

表 1 目前水文领域研究中常用的 4 种 Copula 函数

Tab. 1 4 Types of Common Copula Functions Used in Current Hydrological Researches

名称	$C_\theta(u, v)$ 的形式	参数取值	τ 与 θ 的关系
Clayton	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta > 0$	$\tau = \frac{\theta}{\theta + 2}$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1}]$	$\theta \in R$	$\tau = 1 - \frac{4}{\theta} [-\frac{1}{\theta} \int_0^1 \frac{t}{\exp(t) - 1} dt - 1]$
Gumbel-Hougaard	$\exp[-((-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta)^{1/\theta}]$	$\theta \geq 1$	$\tau = 1 - \frac{1}{\theta}$
Ali-Mikhail-Haq	$uv/[1 - \theta(1-u)(1-v)]$	$-1 \leq \theta < 1$	$\tau = (1 - \frac{2}{3\theta}) - \frac{2}{3}(1 - \frac{1}{\theta})^2 \ln(1 - \theta)$

应用 Copula 方法来求解水文事件之间的丰枯遭遇问题,主要包括以下几个步骤:(1)确定各变量的边缘分布;(2)计算变量之间的 Kendall 相关系数;(3)根据表 1 中 τ 和 θ 的关系确定 θ ;(4)进行分布拟合检验,根据评价指标选取 Copula 函数类型,建立联合分布;(5)根据选取的丰枯划分标准,进行丰枯遭遇分析。

2 实际应用

本文分析采用的基本数据为鲜水河道孚水文站、绰斯甲河绰斯甲水文站、足木足河足木足水文站 1960~2000 年的同步天然年径流量系列,具体如图 1~图 3 所示。

2.1 各站径流分布的确定

我国水文分析中一般假定径流服从 P-III 型分布,本文采用优化适线法来估计各站年径流量频率分布曲线的统计参数 \bar{x} 、 C_v 和 C_s 的值,结果如表 2

所示。从中可知,调水区河流的多年平均年径流量从西到东递增,依次为道孚站 $44.99 \times 10^8 \text{ m}^3$ 、绰斯甲站 $59.05 \times 10^8 \text{ m}^3$ 和足木足站 $75.63 \times 10^8 \text{ m}^3$,而 C_v 值则依次递减,分别为 0.21、0.18 和 0.16。

2.2 Copula 函数的选择

2.2.1 拟合检验和拟合优度评价指标

本文采用 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 检验来对 Copula 函数进行拟合检验,采用离差平方和 (OLS) 最小准则来对 Copula 函数进行拟合优度评

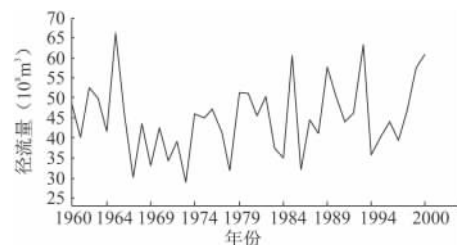


图 1 道孚站年径流量系列

Fig. 1 Annual Runoff Time Series of Daofu Gauge

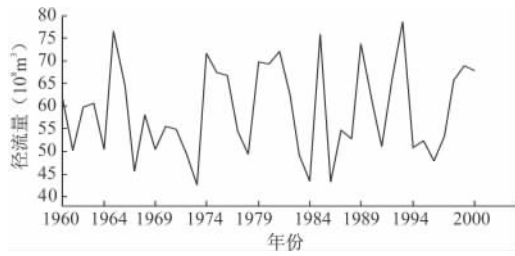


图 2 绰斯甲站年径流量系列

Fig. 2 Annual Runoff Time Series of Chuosijia Gauge

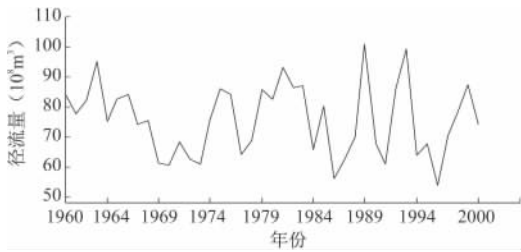


图 3 足木足站年径流量系列

Fig. 3 Annual Runoff Time Series of Zumuzu Gauge

表 2 调水河流年径流量分布参数估计结果

Tab. 2 Evaluation Results of Annual Runoff Distribution Parameters for Water-transfer Rivers

水文站	$\bar{x}(10^8 \text{ m}^3)$	C_v	C_s
道孚	44.99	0.21	0.52
绰斯甲	59.05	0.18	0.35
足木足	75.63	0.16	0.23

价,其中 K-S 检验统计量 D 和离差平方和 OLS 的定义如式(8)和式(9)所示。

$$D = \max_{1 \leq k \leq n} \left\{ \left| C_k - \frac{m_k}{n} \right|, \left| C_k - \frac{m_k - 1}{n} \right| \right\} \quad (8)$$

式中: C_k 为联合观测值样本 (x_k, y_k) 的 Copula 值; m_k 为联合观测值样本中满足条件 $x \leq x_k$ 且 $y \leq y_k$ 的联合观测值的个数。

$$OLS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - P_{ei})^2} \quad (9)$$

式中: P_i 和 P_{ei} 分别为联合分布的计算频率和经验频率; P_{ei} 的计算采用经验频率法。

2.2.2 计算、检验和评价结果

按照式(6)~式(9)以及表 1,计算鲜水河、绰斯甲河、足木足河这 3 个调水河流之间两两组合时的 τ 值以及各个 Copula 函数的 θ 、 D 、 OLS 值。取 K-S 检验的显著性水平 $\alpha = 0.05$, 对应的分位点为 0.207 6, D 值小于 0.207 6 时,通过 K-S 检验。具体的计算、检验和评价结果如表 3 所示。从中可知在 3 种径流组合情形下,Clayton、Frank 和 GH 这 3 种 Copula 函数均能通过 K-S 检验,选取 OLS 值最小的 Clayton Copula 作为联结函数。值得指出的是,这 3 个组合的 Kendall 相关系数 τ 分别为 0.689 5、0.428 8、0.508 8,超过了 Ali-Mikhail-Haq Copula 可以描述的范围,故其相关指标无法估计。

设各调水河流年径流量的累积分布由西向东按鲜水河、绰斯甲河、足木足河的顺序依次为 $F_{X_i} (i = 1, 2, 3)$, 则调水河流之间年径流量的二维联合分布可表示为:

$$F_{X_i, X_j}(x_i, x_j) = [F_{X_i}(x_i)^{-\theta} + F_{X_j}(x_j)^{-\theta} - 1]^{-1/\theta} \quad (10)$$

表 3 Copula 函数计算、检验和评价结果

Tab. 3 Results of Computation, Validation and Evaluation for the Copula Functions

组合	Kendall 系数 τ	参数与指标	Copula 函数			
			类型			
			Clayton	Frank	GH	AMH
道孚 绰斯甲	0.689 5	θ	4.441 2	10.946 9	3.220 6	/
		D	0.097 0	0.098 2	0.108 5	/
		OLS	0.029 1	0.033 6	0.037 1	/
道孚 足木足	0.428 8	θ	1.501 4	4.571 9	1.750 7	/
		D	0.090 0	0.089 9	0.098 3	/
		OLS	0.032 6	0.032 8	0.037 2	/
绰斯甲 足木足	0.508 8	θ	2.071 7	5.898 5	2.035 8	/
		D	0.085 2	0.091 3	0.106 3	/
		OLS	0.031 5	0.040 8	0.048 8	/

式中 $i, j = 1, 2, 3$ 且 $i \neq j$ 。

图 4~图 6 给出了 3 种径流组合情形下由式(10)得出的二元计算分布与二元经验分布的拟合情况,从中可以看出,由 Clayton Copula 得出的计算分

布均能较好地与经验分布拟合,可见选用 Clayton Copula 作为联结函数是合理的,可以用它来描述调水河流之间的二维联合分布问题。

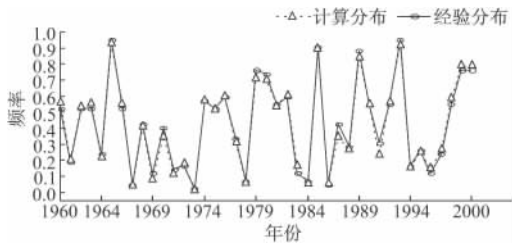


图 4 道-绰组合的经验分布和计算分布

Fig. 4 Experiential and Computational Distributions of Daofu and Chuosijia Combination

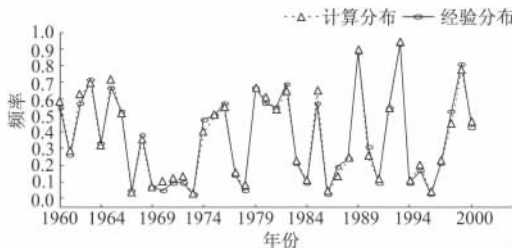


图 5 道-足组合的经验分布和计算分布

Fig. 5 Experiential and Computational Distributions of Daofu and Zumuzu Combination

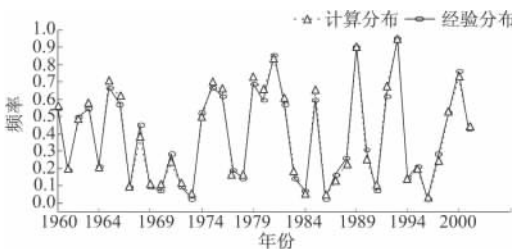


图 6 绰-足组合的经验分布和计算分布

Fig. 6 Experiential and Computational Distributions of Chuosijia and Zumuzu Combination

2.3 径流丰枯遭遇频率及实施补偿调度的可能性分析

根据式(10)所述的联合分布模型对调水河流两两之间的径流丰枯遭遇性进行研究,采用频率法把年径流量划分为丰、平、枯 3 种状态,则二者之间的丰枯遭遇情形可以分为以下 9 种类型:

- 丰丰型: $p_1 = P(X \geq x_{pf}; Y \geq y_{pf})$
- 丰平型: $p_2 = P(X \geq x_{pf}; y_{pk} < Y < y_{pf})$
- 丰枯型: $p_3 = P(X \geq x_{pf}; Y \leq y_{pk})$
- 平丰型: $p_4 = P(x_{pk} < X < x_{pf}; Y \geq y_{pf})$
- 平平型: $p_5 = P(x_{pk} < X < x_{pf}; y_{pk} < Y < y_{pf})$
- 平枯型: $p_6 = P(x_{pk} < X < x_{pf}; Y \leq y_{pk})$

- 枯丰型: $p_7 = P(X \leq x_{pk}; Y \geq y_{pf})$
 - 枯平型: $p_8 = P(X \leq x_{pk}; y_{pk} < Y < y_{pf})$
 - 枯枯型: $p_9 = P(X \leq x_{pk}; Y \leq y_{pk})$
- 式中, $p_f = 37.5\%$, $p_k = 62.5\%$ 分别为径流丰枯划分的频率,丰枯划分的径流量值如表 4 所示。

表 4 各站径流丰枯划分值(10^8 m^3)

Tab. 4 Criteria Values for Partitioning Runoff into Rich and Poor States of the Gauges(10^8 m^3)

频率	径流量	道孚	绰斯甲	足木足
37.5%		47.23	61.86	79.06
62.5%		41.29	55.13	71.37

这 9 种丰枯遭遇情形又可分为丰枯同步和丰枯异步两种类型,本文认为丰枯异步情形下,在调水河流间进行补偿调度是需要且可行的。调水河流之间丰枯遭遇频率以及实施补偿调度的可能性的具体分析结果如表 5 所示。

由表 5,可得如下重要结论:

- (1)在丰枯同步频率中,都是同枯的频率略大于同丰的频率,同平的频率最小。
- (2)就丰枯同步频率而言,鲜水河与绰斯甲河的遭遇频率最大,绰斯甲河与足木足河的遭遇频率次之,鲜水河与足木足河的遭遇频率最小,分别为 74.19%、61.15%和 56.26%。
- (3)就丰枯异步频率,即需要实施补偿调度的可能性而言,鲜水河与足木足河之间最大,绰斯甲河与足木足河之间次之,鲜水河与绰斯甲河之间最小,分别为 43.74%、38.84%和 25.82%。

3 结论

本文以南水北调西线一期工程调水区所涉及的鲜水河、绰斯甲河、足木足河的河源区控制性水文站——道孚站、绰斯甲站和足木足站 1960~2000 年的同步天然年径流量系列为基础,应用 Copula 方法构造了道孚-绰斯甲、道孚-足木足、绰斯甲-足木足之间年径流量的联合分布模型,具体分析了调水河流之间的径流丰枯遭遇频率及需要实施补偿调度的可能性。结果表明:(1)调水河流之间同枯的频率略大于同丰的频率,同平的频率最小。(2)鲜水河与足木足河之间需要实施补偿调度的可能性最大,绰斯甲河与足木足河之间需要实施补偿调度的可能性次之,鲜水河与绰斯甲河之间需要实施补偿调度的可能性最小,分别为 43.74%、38.84%和 25.82%,但都维持在 25%以上。

表 5 调水河流之间的径流丰枯遭遇频率(%)

Tab. 5 Encounter Probabilities of Rich-poor Runoff Between Water-transfer Rivers(%)

组合		丰枯同步频率				丰枯异步频率(实施补偿调度的可能性)						
1	2	1,2 同丰	1,2 同平	1,2 同枯	合计	1 丰 2 平	1 丰 2 枯	1 平 2 枯	1 平 2 丰	1 枯 2 丰	1 枯 2 平	合计
道孚	绰斯甲	29.24	12.82	32.13	74.19	7.53	0.73	4.65	7.53	0.73	4.65	25.82
道孚	足木足	22.58	8.05	25.63	56.26	10.00	4.92	6.95	10.00	4.92	6.95	43.74
绰斯甲	足木足	24.48	8.94	27.73	61.15	9.65	3.38	6.39	9.65	3.38	6.39	38.84

关于调水工程中降雨、径流的丰枯遭遇特性,我国学者已经运用 Copula 函数方法开展过一些研究。文献[12]中得到的南水北调中线工程水源区与受水区降水在年尺度上的丰枯遭遇频率中,汉江区与唐白河区、黄淮河区、海河区丰枯同步的频率分别为 57.60%、56.36%和 39.02%。而通过对南水北调西线一期工程调水河流径流与黄河上游来水的丰枯遭遇频率分析,可以得到足木足河、绰斯甲河、鲜水河与黄河上游丰枯同步的频率分别为 55.14%、38.96%和 36.00%。与之相比,可知南水北调西线一期工程调水河流之间的正相关性还是比较强的。由于调水河流之间实施补偿调度的可能性仍维持在 25%以上,这个值还是比较大的,因此,做好南水北调西线一期工程有关并联水库群之间补偿调度方案的规划和制定工作是非常有必要的。

参考文献:

- [1] 梁武湖,马光文,王黎,等.南水北调西线一期工程对金沙江上游梯级开发的发电影响[J].长江流域资源与环境,2006,15(1):6~9.
- [2] 王振华,马海州,周笃璐,等.南水北调雅砻江工程区自然环境

- 评价[J].长江流域资源与环境,2006,16(5):650~654.
- [3] 郑红星,刘昌明.南水北调东中两线不同水文区降水丰枯遭遇性分析[J].地理学报,2000,55(5):523~532.
- [4] 费永法.多元随机变量的条件概率计算方法及其在水文中的应用[J].水利学报,1995(8):60~66.
- [5] YUE S. Applying the bivariate normal distribution to flood frequency analysis[J]. Water International, 1999, 24(3): 248~252.
- [6] YUE S. The bivariate lognormal distribution to model a multivariate flood episode[J]. Hydrological Processes, 2000, 14: 2575~2588.
- [7] YUE S, Ouarda T B M J, Bobee B, et al. The Gumbel mixed model for flood frequency analysis[J]. Journal of Hydrology, 1999, 226: 88~100.
- [8] YUE S. The Gumbel logistic model for representing a multivariate storm event[J]. Advances in Water Resources, 2001, 24: 179~185.
- [9] 戴昌军.多维联合分布计算理论在南水北调东线丰枯遭遇分析中的应用研究[D].南京:河海大学,2005:11~17.
- [10] 谢华,黄介生.两变量水文频率分布模型研究述评[J].水科学进展,2008,19(3):443~452.
- [11] ZHANG L, SINGH V P. Bivariate flood frequency analysis using the copula method[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2006, 11(2): 150~164.
- [12] 闫宝伟,郭生练,肖义.南水北调中线水源区与受水区降水丰枯遭遇研究[J].水利学报,2007,38(10):1178~1185.
- [13] 肖义,郭生练,刘攀,等.分期设计洪水频率与防洪标准关系研究[J].水科学进展,2008,19(1):54~60.
- [14] NELSON R B. An introduction to Copulas[M]. Springer: New York, 1999.

ANALYSIS ON PROBABILITIES FOR COMPENSATORY OPERATIONS BETWEEN RIVERS IN AREA OF FIRST PHASE OF WESTERN ROUTE OF SOUTH TO NORTH WATER TRANSFER PROJECT

ZHANG Yong^{1,2}, DING Zhi-hong¹, FENG Ping¹

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. General Institute of Water Resources and Hydropower Planning and Design, Beijing 100011, China)

Abstract: Based on the synchronous natural annual runoff time series from 1960 to 2000 at Daofu, Chuosijia, Zumuzu gauges, Copula method was applied to construct the runoff joint distribution models between the water transfer rivers in the area of First Phase Project of Western Route of South to North Water Transfer Project, and then the probabilities of compensatory operations between the rivers were thoroughly analyzed. The results show that among all the three probabilities of compensatory operations between the rivers, the largest was between Xianshui River and Zumuzu River, the second was between Chuosijia River and Zumuzu River and the smallest was between Xianshui River and Chuosijia River, which were 43.74%, 38.84% and 25.82% respectively.

Key words: South to North Water Transfer Project; First Phase Project of Western Route; water transfer river; compensatory operation; probability; Copula